## 基础课20 同角三角函数的基本关系及诱导公式

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 同角三角函数的基本关系 | 理解 | 2023年全国甲卷（理）  2023年全国乙卷（文） | ★★★ | 数学运算 |
| 诱导公式 | 掌握 | 2023年全国甲卷（文）  2023年全国乙卷（文） | ★★☆ | 数学运算  逻辑推理 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，同角三角函数的基本关系与诱导公式是高考常考内容，一般以选择题或填空题的形式出现，试题较为简单.预计2025年高考会单独命题 | | | |

### 基础知识·诊断

#### 夯实基础

##### 一、同角三角函数的基本关系

1.平方关系：①.

2.商数关系：② .

3.;

, ;

,.

##### 二、三角函数的诱导公式

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 公式 | 角 | 正弦 | 余弦 | 正切 |
| 一 |  |  |  |  |
| 二 |  | ③ | ④ |  |
| 三 |  | ⑤ |  | ⑥ |
| 四 |  |  | ⑦ | ⑧ |
| 五 |  |  |  |  |
| 六 |  |  | ⑨ |  |

###### 知识 拓展

1.同角三角函数关系式的常用变形

, ，.

2.平方关系对任意角都成立，而在商数关系中.

3.角“ ,”的三角函数的记忆口诀

“奇变偶不变，符号看象限”.“奇”与“偶”指的是诱导公式中的整数是奇数还是偶数.“变”与“不变”指的是三角函数名称的变化.若是奇数，则正弦、余弦互变；若是偶数，则函数名称不变.“符号看象限”指的是在中，将 看成锐角时所在的象限.

4.在利用同角三角函数的平方关系时，若开方，则要特别注意判断符号.

#### 诊断自测

##### 题组1 走出误区

1. 判一判.（对的打“√”，错的打“×”）

（1） 对任意角 ，都成立.( √ )

（2） 对任意角 ，都成立.( × )

（3） 若，则.( × )

（4） 若，则.( × )

2. （易错题）已知，且，则 的值为.

【易错点】本题容易忽视判断角的范围和比较 ， 的大小.

[解析]，，且 ，.又，.

##### 题组2 走进教材

3. （人教A版必修改编已知）,则 .

[解析]因为，所以.

4. （人教A版必修改编）若，则.

[解析]因为，所以，所以.

##### 题组3 走向高考

5. [2023·全国乙卷]若,，则.

[解析]因为，所以,，又因为，所以 ，且，解得或（舍去），所以.

### 考点聚焦·突破

#### 考点一 同角三角函数的基本关系［多维探究］

##### 弦切互化角度1

典例1 已知角，，则.

[解析]由可得，

，因为，

所以，故.

变式设问1 若将本例中的条件“”变为“”，其他条件不变，则.

[解析]因为，所以，即，

所以.又,所以，

所以.

变式设问2 （双空题）（齐次式化简）若将本例中的条件“”改为“”，则,.

[解析]，.

##### 和积转换角度2

典例2（1） （多选题）已知，且，其中，则 的值不可能是( ABD ).

A. B. 3 C. D.

[解析]，，两边平方整理得，且 ，

，则，.故选.

（2） 已知，且，则.

[解析]，，

， ，即，

.



**同角三角函数的基本关系的解题策略**

|  |  |
| --- | --- |
| 知弦求弦 | 利用诱导公式及平方关系求解 |
| 知弦求切 | 常通过平方关系与对称式，建立联系,注意的灵活应用 |
| 知切求弦 | 先利用商数关系得出或,然后利用平方关系求解也可利用 |

#### 考点二 诱导公式［自主练透］

1. 下面诱导公式使用正确的是( C ).

A. B.

C. D.

[解析] ，错误；

，错误；

，正确；

，错误.故选.

2. [2024·深圳模拟]已知 为第一象限角，，则( A ).

A. B. C. D.

[解析]由 为第一象限角，，得，故，

故.

故选.

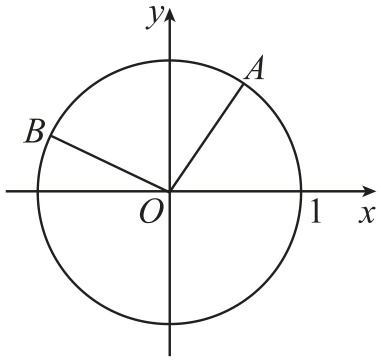
3. 已知，，则.

[解析]， ，

，，.

4. 如图，锐角 和钝角 的终边分别与单位圆交于，两点，且.

则.



[解析]由题意得， ，

所以.



1.诱导公式的两个应用

（1）求值：负化正，大化小，化到锐角为终了.

（2）化简：统一角，统一名，同角名少为终了.

2.含 整数倍的诱导公式的应用

由终边相同的角的关系可知，在计算含有 的整数倍的三角函数式中可直接将 的整数倍去掉后再进行运算.如 .

#### 考点三 同角关系式与诱导公式的综合应用［师生共研］

典例3（1） 已知，则( D ).

A. B. C. D.

[解析]由题意，得，所以,则.故选.

（2） 已知，且 为第二象限角，则.

[解析],

因为，且 为第二象限角，所以，所以原式.



1.在利用同角三角函数关系式和诱导公式求值或化简时，关键是寻求条件、结论间的联系，灵活使用公式进行变形.注意角的范围对三角函数值符号的影响.

2.在用诱导公式求值时，要善于观察所给角之间的关系，利用整体代换的思想简化解题过程.常见的互余关系有 与 ， 与 ， 与 等，常见的互补关系有 与 ， 与 ， 与 等.

##### 针对训练

（1） 化简：.

[解析]原式

.

（2） 已知，求的值.

[解析],

.